ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN

Ajuste y predicción de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de plantaciones de pino de Durango, México

David Maldonado Ayala¹
José Návar Chaidez²

RESUMEN

En este trabajo se ajustaron y predijeron los parámetros de la distribución Weibull con atributos del rodal. Se demostró mediante pruebas de hipótesis que las ecuaciones son eficientes para predecir las estructuras diamétricas de los rodales utilizados en el ajuste y de rodales seleccionados para pruebas de validación. Por esta razón se recomiendan las ecuaciones en la predicción de las estructuras diamétricas de las plantaciones presentes en el estado de Durango, México (*Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. engelmannii*, *P. Cooperi*, y *P. arizonica*).

PALABRAS CLAVE:

Estimación de parámetros, momentos, prueba de hipótesis, tres parámetros.

ABSTRACT

In this research the parameters of the Weibull distribution were estimated and predicted with stand attributes. Using hypothesis testing procedures, it was demonstrated that the equations to predict parameters, efficiently mimicked the diameter structures of forest stands used in the fitting as well as forest stands used in validating the prediction equations. Therefore, the equations are recommended to estimate the diameter structures of forest plantations of Durango, Mexico (*Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. engelmannii* y *P. arizonica*).

KEY WORDS:

Moments, parameter estimation, testing hypothesis, three parameters.

INTRODUCCIÓN

El manejo de los recursos maderables requiere de la modelación probabilística de las estructuras diamétricas. Éstas se han predicho por una diversidad de funciones probabilísticas, dentro de las que destacan la Gamma, Lognormal, Beta, Johnson SB, Charlier y Weibull (Návar y Corral, 2000; Návar y Contreras, 2000; Tang y Pearson, 1992; Gupta *et al.*, 1992; Laar *et al.*, 1989; Jayaraman y Rugmini, 1988; Li, 1987; Svalov, 1984; Gadow, 1984; Kou, 1982; Hafley y Schreuder, 1977; Seth *et al.*, 1975; Bailey y Dell, 1973). La distribución Weibull, introducida por el físico sueco Waloddi Weibull (Devore, 1987), fue propuesta para múltiples aplicaciones y es la herramienta clásica en la estimación del crecimiento y productividad forestal con la predicción de estructuras diamétricas (Vanclay, 1994), por su forma cerrada y su flexibilidad en simular diferentes formas, escalas o posiciones diamétricas. Su desventaja principal es su unimodalidad. Clutter *et al.* (1983) y Wenger (1984) describen ejemplos de su aplicación en el manejo forestal.

Návar *et al.* (2002); Návar y Corral (2000); Návar y Contreras (2000); Evans *et al.* (1989); Laar *et al.* (1989); Shiver (1998); Ueno y Osawa (1987); Zarnoch y Dell (1985); Zutter *et al.* (1982) y Pierce (1976) compararon diferentes procedimientos de ajuste de parámetros, dentro de los cuales destacan: máxima verosimilitud de 2 y 3 parámetros, porcentajes o ajuste de puntos y momentos. El desarrollo de modelos de rendimiento e incremento al nivel del rodal, requieren de distribuciones probabilísticas probadas por medio de estas comparaciones, las cuales no se han realizado para describir las estructuras diamétricas de rodales plantados con especies de *Pinus* de la Sierra Madre Occidental del estado de Durango, México.

Návar *et al.* (2002) ajustaron los parámetros de la distribución Weibull y los

modelaron por diferentes técnicas para bosques naturales. Torres-Rojo *et al.* (1992) realizaron investigaciones similares en plantaciones de *Pinus patula*. Este tipo de trabajos debe ser realizado para poder tomar decisiones sobre las plantaciones forestales del estado de Durango, México.

OBJETIVOS

1) Estimar parámetros de la distribución Weibull, 2) predecir parámetros de la misma distribución y 3) validar el ajuste de la predicción de parámetros de distribución Weibull obtenidos con el método de momentos, a rodales plantados con cuatro especies de pino (*Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. engelmannii* y *P. arizonica*) de Durango, México.

ÁREA DE ESTUDIO

Los estudios para ajustar parámetros, predecirlos y validarlos se realizaron en plantaciones forestales de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No 6. de El Salto, Durango, México. El área donde se plantaron las especies de pino se caracteriza por ser la parte alta del macizo principal de la Sierra Madre Occidental del centro-sur de Durango. El clima del área es templado frío con lluvias veraniegas, con una temperatura y precipitación promedio anual de 11.7 °C y 1 200 mm, respectivamente. Los suelos son predominantemente Litosoles, Rendzinas y Cambisoles, someros, con textura media, generalmente francos. La vegetación previa a disturbios naturales y antropogénicos estuvo caracterizada por bosques mixtos de coníferas y latifoliadas, con abundancias relativas caracterizadas por la altitud sobre el nivel del mar y la pendiente (Graciano, 2001). Las especies de pino que dominaron el paisaje fueron: *Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. teocote*, *P. leiophylla* y *P. engelmannii*. Las especies de encino características son: *Quercus rubra*, *Q. virginiana*, *Q. potosina*,

Q. nigra, *Q. sideroxylla*, *Q. cupreata* y *Q. crassifolia*.

Las plantaciones se realizaron en sitios perturbados por incendios preferencialmente y se realizaron en parcelas de diferentes dimensiones y espaciamientos, dominando los de 2 x 2 m.

METODOLOGÍA

La información utilizada se colectó a través del establecimiento de sitios temporales de muestreo (parcelas), de forma cuadrada, generalmente de 600 m² de superficie, de los cuales, 23 se seleccionaron aleatoriamente de entre 9 rodales. Los árboles fueron medidos en su diámetro normal, altura total, cobertura y edad. La Tabla 1 presenta los valores estadísticos de los árboles medidos por parcela.

La Distribución Weibull

La distribución probabilística Weibull, como función de densidad probabilística (fdp) está dada por el modelo matemático (1) y como función de densidad acumulada (fda) por el modelo (2) (Haan, 1986).

$$P_x(X) = a(x-e)^{a-1}(b-e)^{-a} e^{\left\{ \left[\frac{x-e}{b-e} \right]^a \right\}} \quad (1)$$

$$P_x(X) = 1 - e^{\left\{ - \left[\frac{x-e}{b-e} \right]^a \right\}} \quad (2)$$

donde:

$P_x(x)$ = probabilidad de la variable aleatoria x

a , b y e = parámetros de forma, escala y posición

e = antilogaritmo de la variable aleatoria x

Los parámetros α , b y e fueron ajustados por medio del procedimiento de momentos sin ponderar. Hahn y Shapiro (1967) indican que el coeficiente de asimetría (γ) está relacionado con a por:

$$g = \frac{\Gamma(1+3/a) - 3\Gamma(1+2/a)\Gamma(1+1/a) + 2\Gamma^3(1+1/a)}{[\Gamma(1+2/a) - \Gamma^2(1+1/a)]^{3/2}} \quad (3)$$

y con esto definieron:

$$b = m + sA(a) \quad (4)$$

$$e = b - sB(a) \quad (5)$$

donde s es la desviación estándar de la variable aleatoria x y $A(a)$ y $B(a)$ son:

$$A(a) = [1 - \Gamma(1+1/a)B(a)] \quad (6)$$

$$B(a) = [\Gamma(1+2/a) - \Gamma^2(1+1/a)]^{-1/2} \quad (7)$$

Procedimiento

El ajuste de parámetros se realizó en programas de cómputo elaborados previa-mente por Návar y Contreras (2000) y se basan en ajustar α con γ por medio de la ecuación (3), para posteriormente encontrar β y ε por medio de las ecuaciones (4) y (5) con el auxilio de (6) y (7). Con los estimadores de los parámetros, se calcularon las frecuencias de las clases diamétricas y junto con las frecuencias observadas se aplicaron las pruebas de bondades de ajuste por χ^2 y Kolmogorof-Smirnoff (K-S). La primera se trabajó con las frecuencias absolutas para intervalos de clase de 2.5 cm estimadas con la ecuación (1) y la segunda con las probabilidades diamétricas acumuladas y estimadas con la ecuación (2).

En la predicción de parámetros se utilizaron 18 parcelas seleccionadas aleatoriamente y en la prueba de validación se utilizaron las 5 parcelas restantes.

Tabla 1. Parámetros dasométricos promedio de especies típicas de plantaciones forestales de la Sierra Madre Occidental de Durango, México

PARCELA:ESPECIES	DB (cm)	H (m)	RCOPA (m)	EDAD (años)	DENSIDAD No ha ⁻¹	
					Inicial	Edad t
LE1: <i>Pinus durangensis</i>	12.24	8.15	1.0.3	21	6 667	4 667
LE2: <i>P. arizonica</i>	10.60	5.78	1.04	21	6 667	4 217
LE3: <i>P. cooperi</i>	15.52	7.34	1.18	21	6 667	1 900
LE4: <i>P. arizonica</i>	9.55	4.61	-	21	6 667	5 500
LE5: <i>P. cooperi</i>	15.69	9.77	-	21	6 667	2 450
LE6: <i>P. cooperi</i>	15.93	8.63	1.27	21	6 667	2 882
LE7: <i>P. durangensis</i>	14.77	7.23	1.24	21	6 667	3 138
LE8: <i>P. durangensis</i>	14.84	8.91	1.22	21	6 667	3 090
LE9: <i>P. cooperi</i>	10.19	4.81	0.97	21	6 667	3 100
SA1: <i>P. durangensis</i>	16.27	6.06	1.25	17	2 500	1 867
SA2: <i>P. durangensis</i>	20.31	7.20	0.90	17	1 111	689
SA3: <i>P. durangensis</i>	17.56	6.41	1.45	17	1 600	1 444
SA4: <i>P. durangensis</i>	14.43	6.14	1.94	17	4 444	2 633
PI1: <i>P. cooperi</i> B	14.00	3.63	-	18	2 500	1 633
AL1: <i>P. durangensis</i>	15.68	7.30	1.09	16	5 000	2 233
AL2: <i>P. cooperi</i>	11.03	5.83	1.65	16	5 000	1 817
SP1: <i>P. engelmannii</i>	11.16	2.87	1.06	10	2 500	1 617
SP2: <i>P. cooperi</i>	8.69	2.66	1.21	10	2 500	1 867
SP3: <i>P. durangensis</i>	8.41	2.81	1.38	10	2 500	2 133
LB1: <i>P. engelmannii</i>	5.61	2.80	0.59	11	10 000	3 575
LB2: <i>P. cooperi</i>	10.55	5.84	1.11	11	10 000	4 950
LC1: <i>P. durangensis</i>	6.32	2.26	1.29	7	2 500	1 767
LC2: <i>P. cooperi</i>	4.97	1.74	1.10	7	2 500	1 950
DB = Diámetro basal (cm)		Rcopa = radio promedio de la copa (m)				
H = altura (m)		Edad t = Edad de la plantación al momento de la medición (años)				

Las ecuaciones de predicción de parámetros se generaron con los atributos dasométricos del rodal, diámetro promedio, diámetro cuadrático promedio, altura dominante, altura promedio, área basal, cobertura promedio por medio de regresión lineal y no lineal múltiple, usando el procedimiento paso a paso (*stepwise*) en SAS.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Estimación de parámetros

Los parámetros estimados y predichos por las ecuaciones de predicción se reportan en la Tabla 2. Los parámetros son similares debido a que las ecuaciones de

predicción generaron estadísticos confiables. Éstos se presentan en la Tabla 3.

Pruebas de Bondad de Ajuste

Las hipótesis nulas y alternas para los parámetros estimados y predichos por las ecuaciones se presentan en la Tabla 4. En esta tabla se destaca que la hipótesis nula (H_0), con un error = 0.05 se aceptó en 11 de 18 veces con la prueba de bondad de ajuste de χ^2 . Con la prueba de K-S, el número de hipótesis nulas incrementa hasta el 100%, es decir, la distribución Weibull se ajusta adecuadamente a los 18 rodales utilizados en la estimación de parámetros.

Tabla 2. Parámetros estimados y predichos de la distribución probabilística Weibull ajustada a los diámetros de 18 rodales plantados con 4 especies de pinos en Durango, México

RODAL	ESPECIE	PARÁMETROS DE LA DISTRIBUCIÓN WEIBULL			PARÁMETROS PREDICHOS DE LA DISTRIBUCIÓN WEIBULL		
		α	β	ϵ	α	β	ϵ
1	<i>Pinus durangensis</i>	2.977	13.486	1.873	2.825	13.570	1.645
2	<i>P. durangensis</i>	4.197	16.499	-1.708	2.417	16.270	3.027
3	<i>P. durangensis</i>	2.485	17.620	5.639	2.131	17.590	4.993
4	<i>P. durangensis</i>	3.618	19.172	2.723	2.092	18.849	6.615
5	<i>P. durangensis</i>	3.423	15.549	4.454	2.952	15.640	3.432
6	<i>P. durangensis</i>	3.641	17.087	2.814	2.600	17.017	3.907
7	<i>P. durangensis</i>	2.733	7.058	0.391	2.046	6.997	0.576
8	<i>P. cooperi</i>	3.257	16.914	5.103	3.541	17.212	2.304
9	<i>P. cooperi</i>	2.669	17.365	4.417	2.465	17.426	3.442
10	<i>P. cooperi</i>	2.222	11.319	1.431	1.552	11.294	1.618
11	<i>P. cooperi</i>	2.907	12.374	-0.083	1.729	12.157	1.658
12	<i>P. engelmannii</i>	4.852	13.519	-9.959	0.890	13.944	5.328
13	<i>P. cooperi</i>	3.658	11.872	-1.572	2.062	11.639	1.950
14	<i>P. cooperi</i>	1.905	9.092	5.570	3.501	9.421	1.292
15	<i>P. cooperi</i>	3.832	5.574	-0.689	2.900	5.520	0.296
16	<i>P. arizonica</i>	2.688	10.333	3.278	3.200	10.493	1.477
17	<i>P. engelmannii</i>	3.798	12.078	2.536	2.554	11.986	2.940
18	<i>P. cooperi</i>	3.946	15.158	2.902	2.340	14.973	5.205

Tabla 3. Ecuaciones para predecir parámetros de la distribución probabilística Weibull ajustada a los diámetros de 18 rodales plantados con 4 especies de pinos en Durango, México

ECUACIÓN	ESTADÍSTICOS DE AJUSTE		
	R ²	Sx	Sx(%)
$b = e(0.1567 + 0.946 * \ln(D) + 0.033375 * \ln(Ho))$	0.99	0.22	1.6
$a = e(-0.198 + 21.0157 * \ln(\beta) - 20.89\ln(Dq) - 0.1364\ln(H))$	0.92	1.59	48.7
$e = e(0.911 - 44.66\ln(\beta) + 31.485\ln(D) + 14.03\ln(Dq) + 0.351099\ln(D))$	0.97	3.87	46.3

D = Diámetro basal (cm) Ho = Altura dominante (m)
 H = Altura total (m) a,b,e= Parámetros de forma, escala y posición de la distribución Weibull, respectivamente
 Dq = Diámetro cuadrático basal (cm)

Tabla 4. Las pruebas de bondad de ajuste de χ^2 y de KS de la distribución Weibull ajustada a los diámetros de 18 rodales plantados en Durango, México

RODAL	ESPECIE	PRUEBA DE χ^2			PRUEBA DE K-S		
		Valor de χ^2	Prob. de χ^2	Hipótesis	Valor de KS	Valor tabular de KS	Hipótesis
1	<i>Pinus durangensis</i>	12.711	0.0479	Ha	0.0813	0.0375	Ho
2	<i>P. durangensis</i>	7.952	0.3368	Ho	0.1442	0.0776	Ho
3	<i>P. durangensis</i>	5.015	0.5419	Ho	0.1285	0.0939	Ho
4	<i>P. durangensis</i>	35.664	0.0000	Ha	0.1687	0.1192	Ho
5	<i>P. durangensis</i>	9.951	0.0413	Ha	0.1530	0.0608	Ho
6	<i>P. durangensis</i>	9.492	0.2193	Ho	0.1175	0.0538	Ho
7	<i>P. durangensis</i>	0.896	0.6387	Ho	0.1321	0.0565	Ho
8	<i>P. cooperi</i>	4.130	0.5308	Ho	0.1374	0.0651	Ho
9	<i>P. cooperi</i>	14.501	0.0430	Ha	0.1122	0.0608	Ho
10	<i>P. cooperi</i>	15.855	0.0073	Ha	0.0997	0.0693	Ho
11	<i>P. cooperi</i>	11.007	0.0882	Ho	0.1303	0.0383	Ho
12	<i>P. engelmannii</i>	18.072	0.0117	Ha	0.1137	0.0738	Ho
13	<i>P. cooperi</i>	2.755	0.7377	Ho	0.0789	0.0256	Ho
14	<i>P. cooperi</i>	8.939	0.0115	Ha	0.1285	0.0973	Ho
15	<i>P. cooperi</i>	2.575	0.2759	Ho	0.1257	0.0333	Ho
16	<i>P. arizonica</i>	2.921	0.2321	Ho	0.1834	0.0955	Ho
17	<i>P. engelmannii</i>	6.249	0.1001	Ho	0.1381	0.0817	Ho
18	<i>P. cooperi</i>	6.965	0.0730	Ho	0.1374	0.0641	Ho

Para los rodales utilizados en la validación de los modelos, se destaca que el número de hipótesis nulas se aceptó con un error al 0.05 en 4 de 5 casos para la prueba de χ^2 (Fig. 1 y 2). Para la prueba de K-S, se destaca que el 100% de las hipótesis son nulas, con un error del 0.05. Cuando se utilizan los parámetros predichos por las ecuaciones de la Tabla 3, el número de hipótesis nulas se reduce hasta en 3 de 5 para la prueba de χ^2 y en 2 de 5 casos para la prueba de K-S, con un error del 0.05 (Tabla 5).

En otras palabras, el método de momentos para estimar parámetros es adecuado y las ecuaciones de predicción de parámetros también son precisas a pesar del bajo número de rodales utilizados en las pruebas de ajuste y validación.

Existen en la literatura diferentes métodos de estimación de parámetros, los que han sido probados en diferentes ecosistemas. La utilización del método de momentos en la estimación de parámetros es una excepción a la regla. El método de máxima verosimilitud de dos parámetros ha sido convencionalmente utilizado para modelar las estructuras diamétricas de *Quercus robur* (Laar *et al.*, 1989) y de *Pinus elliottii* (Shiver, 1998) y de bosques mixtos e irregulares de Durango (Návar *et al.*, 2002; Návar y Corral, 2000; Návar y Contreras, 2000) y es recomendado por estimar parámetros sin sesgo, eficientes, consistentes, con menor varianza y, por requerir un número de datos menor para obtener la solución correcta (Haan, 1986; Ayers y Jackson, 1989; Kilkki *et al.*, 1989; Hokka *et al.*, 1991; Liu *et al.*, 1992).

Tabla 5. Las pruebas de bondad de ajuste y validación de χ^2 y de K-S de la distribución probabilística Weibull ajustada a los diámetros de 5 rodales plantados con 4 especies en Durango, México y utilizados en pruebas de validación de modelos

1. Ajuste

RODAL	ESPECIE	PRUEBA DE χ^2			PRUEBA DE K-S		
		Valor de χ^2	Prob. de χ^2	Hipótesis	Valor tabular de KS	Valor de KS	Hipótesis
1	<i>P.durangensis</i>	4.005	0.67597	Ho	0.16492	0.080742	Ho
2	<i>P.durangensis</i>	5.151	0.6416	Ho	0.17272	0.064371	Ho
3	<i>P.durangensis</i>	5.869	0.05317	Ho	0.12021	0.071194	Ho
4	<i>P.cooperi</i>	8.468	0.13226	Ho	0.12738	0.075055	Ho
5	<i>P.arizonica</i>	16.728	0.03307	Ha	0.08567	0.060169	Ho

2. Validación

RODAL	ESPECIE	PRUEBA DE χ^2			PRUEBA DE K-S		
		Valor de χ^2	Prob de χ^2	Hipótesis	Valor tabular de KS	Valor de KS	Hipótesis
1	<i>P.durangensis</i>	9.004	0.1734	Ho	0.16492	0.12221	Ho
2	<i>P.durangensis</i>	14.799	0.0386	Ha	0.17272	0.13172	Ho
3	<i>P.durangensis</i>	7.295	0.0603	Ho	0.12021	0.10862	Ho
4	<i>P.cooperi</i>	40.184	0.0000	Ha	0.12738	0.19181	Ha
5	<i>P.arizonica</i>	39.951	0.0000	Ha	0.08567	0.12558	Ha

Figura 1. Pruebas de validación de las ecuaciones de predicción de parámetros a través de la prueba de χ^2 para cinco parcelas plantadas en Durango, México.

Figura 2. Pruebas de validación de las ecuaciones de predicción de parámetros de la distribución Weibull para cinco parcelas plantadas en Durango, México.

Sin embargo, la facilidad de estimar parámetros demuestra que el método de momentos resulta adecuado para las plantaciones probadas y sus pruebas de bondad de ajuste y validación indican que se pierde poca precisión cuando se estiman las distribuciones diamétricas de las plantaciones probadas.

Los procedimientos de estimación de parámetros rápidos y fáciles parecen estar justificados. Esta justificación también ha sido corroborada por otras múltiples investigaciones. En comparaciones entre procedimientos de máxima verosimilitud y de porcentajes no se han encontrado diferencias significativas en el ajuste a estructuras diamétricas de plantaciones de *Pinus taeda* y se ha recomendado utilizar el segundo por su rapidez y facilidad para estimar parámetros (Zarnoch y Dell, 1985). Este último procedimiento se ha convertido en un método popular para estimar parámetros (Knowe *et al.*, 1992; Newberry *et al.*, 1993). Ueno y Osawa (1987), tampoco encontraron diferencias

significativas entre las estructuras modeladas por la distribución Weibull de 2 y 3 parámetros ajustados por procedimientos de máxima verosimilitud y momentos para diámetros de *Pinus densiflora*, aunque por su facilidad y rapidez de estimación el segundo procedimiento de estimación fue recomendado.

CONCLUSIONES

Las estructuras diamétricas fueron ajustadas a la distribución Weibull por el procedimiento de momentos y sus parámetros predichos con atributos del rodal. El ajuste y predicción mostró buena precisión, demostrada por las pruebas de bondad de ajuste para los rodales utilizados en el ajuste y validación, respectivamente. Por esta razón, se recomiendan las ecuaciones obtenidas para modelar de manera preliminar las estructuras diamétricas de los bosques plantados de *Pinus* de la Sierra Madre Occidental de Durango, México.

RECONOCIMIENTOS

Los autores de este reporte desean hacer patente su agradecimiento al Ing. José Guadalupe Barrios, Director Técnico de la UCODEFO No. 6 por las facilidades prestadas para la realización de este reporte. El CONACYT y PAICYT apoyaron parcialmente los trabajos de este reporte a través de los proyectos de investigación 28536 B y CN 323-00, respectivamente. Los autores agradecen también a los árbitros quienes constructivamente enriquecieron el manuscrito final.

REFERENCIAS

- Ayers G., D. y B. Jackson D. 1989. Simulation of purchase tract availability for timber harvesting annual planning. *Forest Products Journal* 39(5):59-63.
- Bailey R., L. y T. Dell R. 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. *Forest Science* 19(2):97-104.
- Clutter J., L.; J. Fortson C.; L. Pienaar V.; G. Brister H. y R. Bailey L. 1983. *Timber Management: A Quantitative Approach*. John Wiley & Sons. Nueva York. pp:3-29.
- Devore J., L. 1987. *Probability and Statistics for Engineers and the Sciences*. Brooks/Cole Publishing Company. California. 312 p.
- Evans J., W.; R. Johnson A. y D. Green W. 1989. Two and three parameter Weibull goodness of fit tests. *Research Paper Forest Products Laboratory*. USDA Forest Service. No. FPL-RP-493. 27 p.
- Gadow K., V. 1984. Fitting diameter distributions of even aged pine stands. *Forstwissenschaftliches Centralblatt* 103(6):360-374.
- Graciano, L.J. 2001. Técnicas de evaluación dasométrica y ecológica de los bosques de coníferas bajo manejo de la Sierra Madre Occidental del centro sur de Durango, México. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Forestales. UANL. Linares, N.L. México.
- Gupta R.; K. Gebremedhin G. y M. Grigoriu D. 1992. Characterizing the strength of wood trust joints. *Transactions of the ASAE* 35(4):1285-1290.
- Haan C., T. 1986. *Statistical methods in hydrology*. Iowa State Press. 378 p.
- Hafley W., L. y H. Schreuder T. 1977. Statistical distributions for fitting diameter and height data in even aged stands. *Canadian Journal of Forest Research* 7(3):481-487.
- Hahn G., J. y S. Shapiro S. 1967. *Statistical models in engineering*. John Wiley & Sons. Nueva York. 418 p.
- Hokka H.; M. Piironen L. y T. Penttilä. 1991. Estimation of basal area d.b.h. distribution using the Weibull function for drained pine and birch dominated peatland stands in north Finland. *Folia Forestalia* 781. 22 p.
- Jayaraman K. y P. Rugmini. 1988. Diameter distributions for even aged teak. *Indian Journal of Forestry* 11(2):145-147.
- Kilikki P.; M. Maltamo; R. Mykkanen y R. Paivinen. 1989. Use of the Weibull function in estimating the basal area d.b.h. distribution. *Silva Fennica* 23(4):311-318.
- Knowe S., A.; T. Harrington B. y R. Shula G. 1992. Incorporating the effects of interspecific competition and vegetation management treatments in diameter distribution models for Douglas-fir saplings. *Canadian Journal of Forest Research* 22(9): 1255-1262.

- Kou W., Z. 1982. A study of the distribution of diameter of wood stems. *Journal of Nanjing Technological College of Forest Products* 1:51-65.
- Laar A., V.; R. Mosandl y A. Van Laar. 1989. Diameter distributions in young oak stands. *Allgemeine Forst und Jagdzeitung* 160(9-10):189-194.
- Li F., R. 1987. Study on diameter distribution and models predicting yields for natural Dahurian larch stands. *Journal of North East Forestry University* 15(4):8-16.
- Liu X.; G. Wood R.; R. Woollons C. y A. White D. 1992. Stand table prediction with reverse Weibull and extreme value density functions: some theoretical considerations. *Forest Ecology and Management* 48(1-2):175-178.
- Návar, J.; S. Corral y V. Dale. 2002. Fitting, estimating, and regressing the Weibull distribution parameters for pine and oak trees in mixed, unevenaged stands of Durango, Mexico. Submitted to *Canadian Journal of Forest Research*.
- Návar, J. y J.C. Contreras. 2000. Ajuste de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de rodales irregulares de pino de Durango, México. *Agrociencia* 34:353-361.
- Návar, J. y S. Corral. 2000. Modeling the Weibull distribution parameters of uneven-aged pine and oak diameter structures of Durango, Mexico. *International Conference on Forest Ecosystem Restoration*. 10-12 April 2000. Viena, Austria.
- Newberry J., D.; J. Moore A.; L. Zhang J. y L. Zhang. 1993. Evaluation of simple quantile estimation functions for modelling forest diameter distribution in even-aged stands of interior Douglas-fir. *Canadian Journal of Forest Research* 23(11): 2376-2382.
- Pierce C., B. 1976. The Weibull distribution and the determination of its parameters for application to timber strength data. *Building Research Establishment*, No. CP26/76. Reino Unido. 20 p.
- Reynolds, M.R.; T.E. Burk y W. Huang. 1988. Goodness of fit tests and model selection procedures for diameter distribution models. *Forest Science* 34:373-399.
- Seth S., K.; K. Satyamurthi R. y G. Negi S. 1975. A comparative study of some distribution functions as applied to diameter at breast height in even aged stands. *Indian Forester* 101(1):20-27.
- Shiver B., D. 1998. Sample size and estimation methods for the Weibull distribution for unthinned slash pine plantation diameter distributions. *Forest Science* 34(3):809-814.
- Svalov S.N. 1984. Using the generalized Gamma distribution for modeling the structure of stands. *Lesnoi Zhurnal* 2:10-13.
- Tang Y. y R. Pearson G. 1992. Effect of juvenile wood and choice of parametric property distributions on reliability-based beam design. *Wood and Fiber Science* 24(2):216-224.
- Torres R., J.M.; M. Acosta M. y O.S. Magaña T. 1992. Métodos para estimar los parámetros de la función Weibull y su potencial para ser predichos a través de atributos del rodal. *Agrociencia: Rec. Nat. Ren.* 2(2):60-76.

- Ueno Y. e Y. Osawa. 1987. The applicability of the Weibull and the expanded Weibull distributions. *Journal of the Japanese Forestry Society* 69(1):24-28.
- Vanclay K., V. 1994. *Modelling forest growth and yield: Applications to mixed tropical forests*. CAB International. Wallingford, Oxon. Reino Unido. 312 p.
- Wenger K., F. 1984. *Forestry Handbook*. Second Edition. Society of American Foresters. John Wiley & Sons. Nueva York. 1335 p.
- Zarnoch S., J. y T. Dell R. 1985. An evaluation of percentile and maximumlikelihood estimators of weibull parameters. *Forest Science* 31(1):260-268.
- Zutter B., R.; R. Oderwald G.; R. Farrar M, Jr. y P. Murphy A. 1982. A program to estimate parameters of forms of the Weibull distribution using complete, censored and truncated data. Publication of School of Forestry and Wildlife Resources, Virginia Polytechnic Institute and State University. No. FWS pp:3-82. ♦

1 Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma de Nuevo León. Km 145 Carretera Nacional. Linares 67700 Nuevo León. México. Tel.: 821 24895. c.e.: jnavar@ccr.dsi.uanl.mx.

Manuscrito recibido el 6 de junio de 2001

Aceptado el 23 de agosto de 2001

Este documento se debe citar como:

Maldonado D., A y J. Návar Ch. 2002. Ajuste y predicción de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de plantaciones de pino de Durango, México. *Madera y Bosques* 8(1):61-72.