NOTA TÉCNICA

Consideraciones geométricas en la determinación de las propiedades en flexión estática de bambú

Geometric considerations for determining static bending properties of the bamboo

Víctor Rubén Ordóñez Candelaria[1]
e Ignacio Salomón Quintana[2]

RESUMEN

Se presenta un método alternativo para calcular las propiedades geométricas de las secciones de los culmos de bambú que se utilizan en ensayos de flexión para obtener las propiedades mecánicas bajo esta solicitación. El método de prueba normalizado recomienda se calcule el momento de inercia con el promedio de los diámetros y espesores de pared medidos en una sección, pero debido a las irregularidades naturales del culmo se han obtenido errores, con las secciones así medidas, de hasta 10%. Se propone un procedimiento utilizando imágenes digitalizadas de las secciones de los culmos que se procesan con un programa de CAD (Computer Aided Design), efectuando una integración numérica, con este método el error se puede reducir a un valor aproximado de 0,011%. También se analiza otra fuente de error al calcular el MOE, cuando se usa como valor máximo de la deformación la que ocurre al centro del claro, pero por la variación de la sección la máxima deformación no se presenta en ese punto.

PALABRAS CLAVE:
Culmos, flexión, módulo de elasticidad, módulo de ruptura, momento de inercia.

ABSTRACT

In this paper an alternative method to evaluate the geometric properties of the cross section of bamboo culms is presented, which are necessary to obtain the mechanical properties of this material subjected to bending tests. The standard test methods recommend calculating the second moment of area for a cross section of bamboo culms with the average diameter of the specimen, measuring two cross sections near of load points. But the section irregularities of culms yield errors of up to 10%. In this paper a procedure is presented to make a numerical integration using Computer Aided Design (CAD) software. Basically the procedure proposes to obtain a scanned image of the cross sectional area and then to digitalize it for use with the CAD software and carry out the numerical integration to get the moment of inertia. Using this method the errors are reduced to around 0,011%. Another possible source of error is analyzed when the MOE is calculated using the deflection values measured at mid-span, instead of the maximum value which occurs outside of this point.

KEY WORDS:
Culms, modulus of elasticity, modulus of rupture, second moment of area, static bending.

1 Investigador. Instituto de Ecología A.C., Unidad de Recursos Forestales. Ce: victor.ruben@inecol.edu.mx
2 Técnico Académico. Instituto de Ecología A.C., Unidad de Recursos Forestales. Ce: ignacio.salomon@inecol. edu.mx

INTRODUCCIÓN

La determinación de las propiedades mecánicas de materiales que tienen aplicaciones estructurales requiere de cierto grado de confiabilidad para obtener los valores de esfuerzos básicos para el diseño de estructuras. Las pruebas para obtener información de las propiedades mecánicas de los materiales, en general, se realizan con especímenes que se elaboran con formas regulares y tolerancias muy estrictas en sus dimensiones y formas. Sin embargo, en el caso de algunos materiales forestales, es conveniente hacer pruebas mecánicas de resistencia sin modificar sus formas naturales, y en este caso no se tiene control sobre su geometría y sus dimensiones. En el caso de los tallos de bambú, la determinación de las propiedades mecánicas en flexión del culmo requiere trabajar con secciones cercanas a la circular, aunque sus irregularidades pueden llegar a ser muy grandes. La norma ISO 22157 (2004), que se aplica para realizar pruebas mecánicas con culmos de bambú, establece que se calculen sus propiedades geométricas con el promedio de diámetros y espesores de la pared de una sección. En el caso de flexión se miden las secciones en los extremos del espécimen, para control de la prueba, al final de la misma se miden las secciones cercanas a los puntos de carga, y con el promedio de estas mediciones se calculan el módulo de ruptura (MOR) y el módulo de elasticidad (MOE). Así, estas variaciones geométricas son compensadas y el elemento es tratado (en los cálculos) como una viga de sección transversal perfectamente circular y constante a lo largo del tallo. Este método da una buena aproximación al comportamiento real de un elemento. No obstante, existen ya herramientas computacionales con las que es posible describir y manejar de mejor manera estas irregularidades geométricas, permitiendo que la determinación de las propiedades mecánicas sea más precisa.

Durante la aplicación de esta norma, en un lote de pruebas para determinar las propiedades en flexión de los tallos de bambú, se detectó que los valores de MOR y MOE son considerablemente diferentes al obtenerlos con las recomendaciones de la norma y calcularlos con las propiedades geométricas reales de la sección, es decir, tomando en cuenta la irregularidad de la sección considerada circular. Para estimar la magnitud del error utilizando el método que describe la norma ISO 22157 contra los valores obtenidos al considerar la sección real, se analizaron los valores de una muestra pequeña de un lote de pruebas en flexión, aplicando ambos procedimientos. Lo más importante de este trabajo es la presentación de un procedimiento sencillo y de mayor exactitud para calcular el momento de inercia de una sección irregular, utilizando imágenes digitalizadas que se procesan en un programa de CAD, y una estimación del error que se obtiene con este procedimiento.

OBJETIVOS

Desarrollar un procedimiento para calcular el momento de inercia de una sección irregular, utilizando imágenes digitalizadas y un programa de CAD, evaluando su exactitud.

Estimar la magnitud del error al calcular el momento de inercia de las secciones transversales de los culmos, cuando se considera para su determinación que, la sección es circular y constante a lo largo del espécimen, con respecto al momento de inercia obtenido mediante imágenes digitalizadas.

MATERIALES Y MÉTODOS

Para este trabajo se utilizó una parte de los datos de un lote de ensayos de flexión con culmos de bambú con aproximadamente 110 especímenes. Las pruebas se realizaron conforme a lo que establece la norma ISO 22157-1 (2004). Se seleccionaron culmos sin defectos y con una longitud mínima de 30 veces su diámetro. La prueba se efectuó tal como lo establece la norma mencionada, aplicando carga en cuatro puntos (figura 1), utilizando los aditamentos especiales en los apoyos y en los puntos de aplicación de la carga. La aplicación de la carga se realizó a una velocidad uniforme, determinando la carga máxima que resistió la pieza hasta la falla; se obtuvo una gráfica de carga-deflexión durante la prueba. Al finalizar la prueba se midieron las secciones transversales en tres puntos a lo largo del culmo, dos próximos a los apoyos y uno en el centro del claro de carga. Se midieron los diámetros y grosores de pared en 4 puntos de la sección transversal (figura 2a derecha). El valor promedio de estas mediciones se usó para calcular el momento de inercia (I) de sección transversal como si fuera una sección circular perfecta.

Para calcular el módulo de ruptura (MOR) y el módulo de elasticidad (MOE) de la pieza ensayada, se usaron las siguientes ecuaciones:

$$MOR = \frac{P_{max} L}{6I} \frac{D}{2} \quad (1)$$

Donde:

MOR = Módulo de ruptura, MPa

P_{max} = Carga máxima que resiste el culmo, N

L = Claro de carga o distancia entre apoyos, mm

D = Diámetro externo del culmo en el punto central del claro de carga, mm

I = Momento de inercia de la sección transversal del culmo en la parte central del claro de carga, mm^4

$$MOE = \frac{23PL^3}{1296I\delta} \quad (2)$$

Donde:

MOE = Módulo de elasticidad, MPa

P = Carga aplicada al espécimen en un punto del comportamiento lineal del material, N

I = Momento de inercia promedio de la sección transversal del culmo, mm^4

Δ = Deformación del espécimen al centro del claro, correspondiente a la carga P, mm

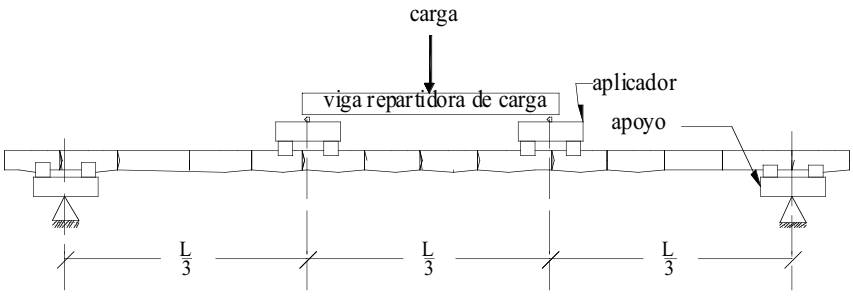


Figura 1. Esquema del ensayo de flexión estática con culmos de bambú.

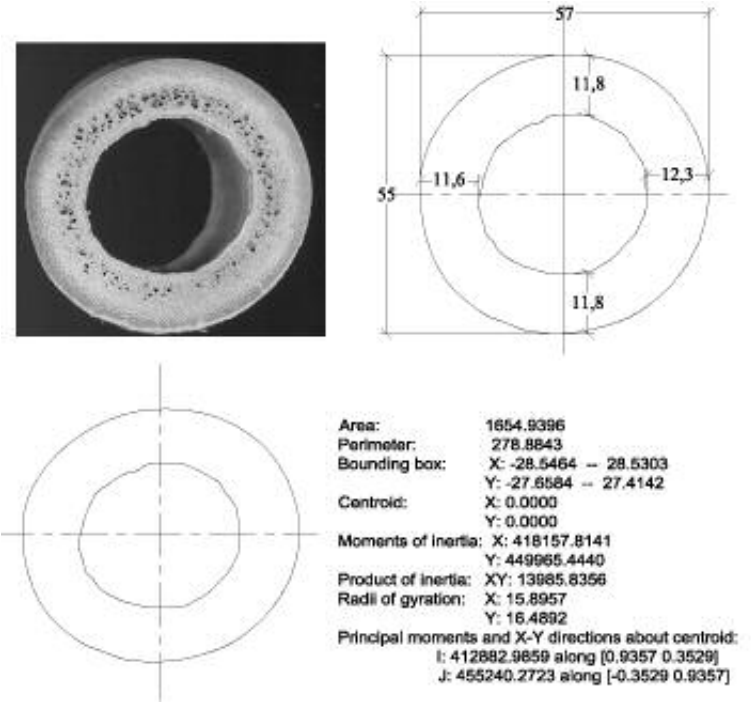


Figura 2. a) Imagen digitalizada de la sección transversal de un culmo (izq), mediciones de los diámetros y grosores de la pared (der). b) propiedades geométricas de la misma sección obtenidas con el programa de CAD.

La medición de la carga (P), la deformación del espécimen (Δ) y el claro de carga (L), en la prueba de flexión estática, se realiza con una exactitud aceptable. Sin embargo, la obtención de las propiedades geométricas, y en particular el momento de inercia de una sección que se aleja considerablemente de un círculo no se realiza con la misma calidad que se tiene en los otros parámetros de las ecuaciones 1 y 2. Una mejor manera para calcular el momento de inercia es mediante una integración numérica, sin embargo, en la práctica resultaría muy laborioso efectuar estos cálculos para cada sección.

Se propone un método que consiste en digitalizar la sección del tallo más cercana a la falla (el momento de inercia de esta sección se usa para calcular el MOR) que no haya sido alterada durante la prueba. La imagen digitalizada con un escáner se exporta al programa Autocad; (Autodesk); sobre la imagen (formato jpg) se dibuja un esquema de la forma transversal del tallo siguiendo el contorno de la misma, utilizando las herramientas del programa de Autocad, se debe asegurar que el plano de aplicación de las cargas coincida con el eje vertical de la imagen en la figura digitalizada. Para calcular el Módulo de Elasticidad (MOE) se digitali-

zaron además la sección central más cercana a la falla y las secciones cercanas a los apoyos del espécimen ensayado.

Con las imágenes digitalizadas se dibuja con el programa de Autocad su contorno para obtener la sección del espécimen. Una vez que se tiene la sección se pueden obtener las propiedades geométricas de la sección dibujada utilizando el comando *MASSPROP* del Autocad, la figura 2a muestra la imagen real de la sección y en la figura 2b se observa la sección dibujada con el Autocad con su salida típica de datos del programa. Tomando una muestra de 13 secciones de culmos se obtuvieron las diferencias entre el momento de inercia obtenido con la sección digitalizada y el calculado con el promedio de los diámetros y grosores, en la figura 3 se muestran los resultados obtenidos, se observan diferencias hasta del 10%, mismo valor que repercute directamente en la estimación de las propiedades mecánicas del bambú.

Con el fin de evaluar la exactitud del procedimiento que utiliza la sección digitalizada se realizó una estimación de los errores que se obtienen entre los momentos de inercia obtenidos con la sección digitalizada de un disco metálico fabricado en un torno y los valores que se obtienen midiendo el mismo disco con un calibrador ('pie de rey') digital que tiene una resolución de 0,01 mm, un error máximo de 0,02 mm y una incertidumbre de ± 9 μm. La forma en que se fabricó el disco metálico en un torno de metal-mecánica permite tener un círculo más cercano al ideal. En este ejercicio se midió ocho veces el diámetro del disco de acero en diferentes direcciones y se calcularon los momentos de inercia correspondientes. De la misma sección se obtuvieron ocho digitalizaciones con las cuales se obtuvieron los valores del momento de inercia utilizando las herramientas del programa de "AutoCad", al comparar ambos valores se obtuvo una diferencia promedio de -0,011% que representa un valor muy inferior a los que han sido obtenidos para las secciones de bambú. Estos resultados se obtuvieron siguiendo el mismo procedimiento utilizado con las secciones de los culmos.

Otra fuente de error se tiene al medir las deformaciones de la viga al centro del claro, pero en realidad suceden en otro punto cerca del centro, para evaluar el error se realizó el siguiente ejercicio. Las deflexiones de una viga se obtienen resolviendo la ecuación diferencial de la curva de deflexión (3); en este trabajo se presentan las ecuaciones aplicables al tercio medio de la viga (Gere, 2002):

$$EI_x \frac{dv^2}{dx^2} = M \qquad (3)$$

De donde:

$$\frac{dv^2}{dx^2} = MEI_x \qquad (4)$$

integrando una vez:

ecuación de la pendiente de la viga

$$\frac{dv}{dx} = \frac{M}{EI_x} + C_1 \qquad (5)$$

integrando la ecuación de la pendiente:

ecuación de la deflexión de la viga

$$\frac{dv}{dx} = \frac{M}{EI_x} + C_1 \qquad (6)$$

Donde:

$M = \frac{PL}{6}$ = momento flexionante en el tercio medio de la viga

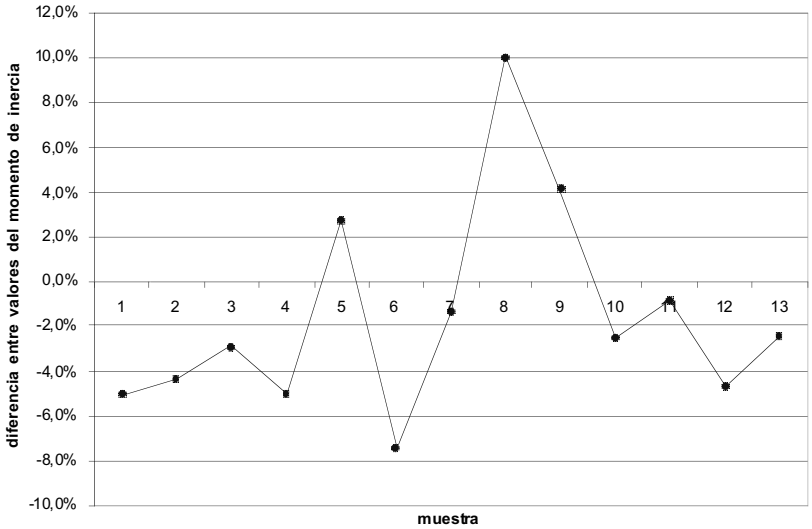


Figura 3. Diferencia entre el valor del momento de inercia con la sección digitalizada y el calculado con los diámetros y grosores promedio.

E = Módulo de elasticidad en flexión del bambú = MOE

I_x = Momento de inercia de la sección del bambú, considerando variación lineal del diámetro se calcula con la siguiente expresión

P = Carga aplicada en la viga

L = Claro de carga

$$I(x) = \frac{\pi}{64}\left[\left(D_{e1} - (D_{e1} - D_{e2})\frac{x}{L}\right)^{4} - \left(D_{i1} - (D_{i1} - D_{i2})\frac{x}{L}\right)^{4}\right] \qquad (7)$$

D_{e1}, D_{e2} = diámetro exterior del culmo en los apoyos 1 y 2

D_{i1}, D_{i2} = diámetro interior del culmo en los apoyos 1 y 2

Siempre y cuando se conozcan las funciones del momento de inercia de la sección y de la variación del momento flexionante a lo largo de la viga, se puede determinar el punto donde se presenta la máxima deformación de la viga; la función que se debe integrar, suponiendo que la variación del diámetro y del espesor de la pared es lineal entre los extremos del culmo, la mostrada en la ecuación 8.

Integrar la ecuación 5 representa un procedimiento complejo; para resolver este problema se puede acudir a la teoría de la resistencia de materiales que se tiene en la literatura correspondiente (Gere, 2002). Una manera más práctica de obtener las deformaciones de una viga de sección variable se logra aplicando el teorema de Área-Momento, el cual se aplica para determinar el punto exacto de la máxima deformación de una viga con sección transversal variable.

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M}{E\frac{\partial}{64}\left[\left(D_{e1} - \left(D_{e1} - D_{e2}\right)\frac{x}{l}\right)^4 - \left(D_{i1} - \left(D_{i1} - D_{i2}\right)\frac{x}{l}\right)^4\right]} \qquad (8)$$

En la figura 4 se presenta un esquema de cómo se obtendrían las deformaciones de la viga; se hizo el ejercicio con los valores de un espécimen ensayado en laboratorio con una variación alta de su sección transversal.

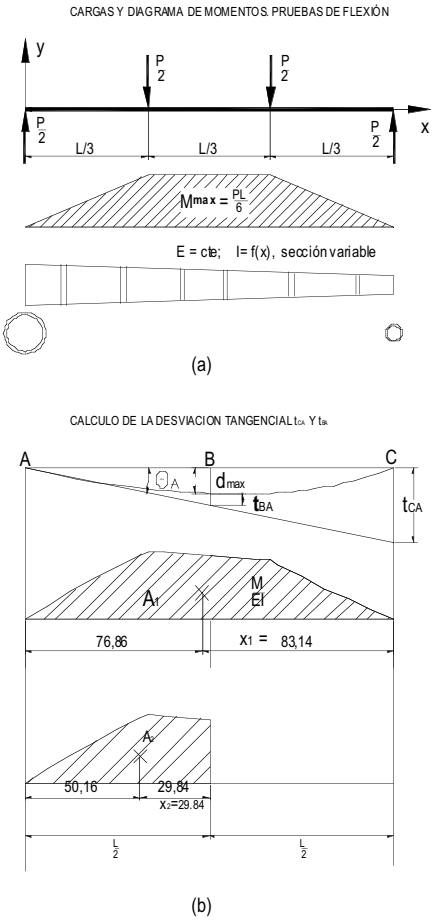


Figura 4. Cálculo de las desviaciones tangenciales tBA y tCA.

Teorema 1. El ángulo ıB/A entre las tangentes a la curva de deflexión en dos puntos A y B es igual al área del diagrama de M/EI entre estos dos puntos.

Teorema 2. La desviación tangencial $t_{B/A}$ del punto B desde la tangente en el punto A es igual al primer momento estático del área del diagrama M/EI entre A y B, evaluado respecto a B.

Haciendo el ejercicio se obtiene la ubicación del punto donde se presenta la máxima deformación de la viga que se localiza a 3,14 cm del centro. El error entre la deformación que se presenta a esta distancia contra la deformación medida en el centro del claro, tal como se realizó en los ensayos, es despreciable.

RESULTADOS

De la revisión de los experimentos realizados se observa que, medir las propiedades geométricas de las secciones con un programa de dibujo sobre una figura digitalizada arroja resultados con más exactitud que la propuesta de norma de tomar los promedios de las dimensiones (Tabla 1).

Se presentan los valores de las propiedades geométricas de una sección circular (rondana de acero), obtenidas tanto de las secciones digitalizadas como de las obtenidas tomando mediciones con vernier (Tabla 2).

Tabla 1. Valores de mediciones y momentos de inercia calculado y obtenido de secciones de culmo digitalizadas.

sección	D_{prom} mm	t_{prom} mm	I_{calc} mm	I_{scan} mm	Error relativo
1	71,79	16,94	1 202 457	1 266 100	-5,1%
2	111,17	17,69	5 877 930	6 145 000	-4,4%
3	80,68	26,08	2 047 380	2 108 200	-2,9%
4	55,83	13,56	443 564	466 900	-5,0%
5	54,86	11,22	390 396	379 900	2,7%
6	58,34	12,01	500 536	540 500	-7,4%
7	54,78	11,83	395 997	401 300	-1,4%
8	81,68	11,62	1 612 360	1 465 300	10,1%
9	77,58	27,84	1 766 861	1 696 700	4,1%
10	82,42	11,77	1 675 182	1 717 900	-2,5%
11	84,08	14,53	2 003 410	2 020 400	-0,8%
12	77,64	23,74	1 743 044	1 828 600	-4,7%
13	84,34	27,66	2 448 915	2 509 400	-2,4%

Tabla 2. Valores de momentos de inercia de una pieza metálica (rondana) de sección circular, obtenidos usando mediciones con vernier y calculados con la sección digitalizada.

repeticiones	I_{imag}	I_{med}	Error	error relativo
1	1 502 564,68	1 502 431,20	133,48	0,009 %
2	1 503 436,50	1 502 431,20	1 005,30	0,067 %
3	1 501 406,60	1 504 047,81	-2 641,21	-0,176 %
4	1 501 962,52	1 502 431,20	- 468,68	-0,031 %
5	1 503 334,79	1 501 623,39	1 711,40	0,114 %
6	1 500 622,42	1 500 815,90	- 193,48	-0,013 %
7	1 501 803,15	1 502 431,20	- 628,06	-0,042 %
8	1 502 161,52	1 502 431,20	- 269,68	-0,018 %
promedio	1 502 161,52	1 502 330,39	- 168,87	-0,011 %
desviación estándar	885,40	851,02		
cv	0,059 %	0,057 %		

DISCUSIÓN

Es indudable que la sección de los culmos del bambú tiene una gran variación en sus dimensiones a lo largo del mismo, así como que la forma del mismo dista mucho de ser un círculo perfecto; esto último puede causar grandes errores en el cálculo de las propiedades mecánicas del bambú, utilizando los valores de las propiedades geométricas como lo establece la norma ISO-22157-1. Independientemente de que en la práctica el diseño no se realice con tanto refinamiento al momento de dimensionar estructuras con bambú, en este caso ya se tendrán otras consideraciones para el manejo de las secciones de los culmos.

Considerando los resultados de este trabajo, la mejor forma de calcular las propiedades geométricas de secciones irregulares es determinarlas utilizando las herramientas que tiene el programa Autocad. Este procedimiento requiere de un poco más de trabajo, pero se logra una mejor estimación de la resistencia del bambú. Los errores obtenidos mediante este procedimiento tienen valor promedio de 0,011%, aunque éste puede mejorarse dependiendo de la exactitud con que se digitalice la imagen. Estos errores no son comparables con los obtenidos al usar el otro procedimiento.

CONCLUSIONES

Los resultados de este trabajo permiten concluir que el uso de las secciones digitalizadas de los culmos de bambú, para determinar sus propiedades geométricas, genera mejores resultados de las pruebas que el procedimiento que propone la norma ISO 22157-1 (2004). El uso actualmente tan común de las herramientas de cómputo facilita este procedimiento, aunque se requiera un poco más de trabajo. No se contempla el uso de este procedimiento para el diseño estructural con bambú. El uso de las deformaciones medidas en el centro del claro de las piezas sometidas a flexión estática no genera graves errores al calcular el Módulo de Elasticidad del bambú, en lugar de hacerlo con la deformación máxima que se presente en otro punto muy cercano del centro.

REFERENCIAS

Gere, J.M. 2002. Mecánica de materiales. 5a. ed. Thomson editores. México. 926 p.

ISO (International Standards Organization). ISO-22157-1. 2004. Bamboo. Determination of physical and mechanical properties. Part 1. Requirements. 20 p.

ISO (International Standards Organization). ISO/TR 22157-2. 2004. Bamboo. Determination of physical and mechanical properties. Part 2. Laboratory manual. 23 p.

Manuscrito recibido el 30 de octubre de 2007
Aceptado el 16 de abril de 2008

Este documento se debe citar como:
Ordóñez-Candelaria V.R. e I. Salomón-Quintana. 2009. Consideraciones geométricas en la determinación de las propiedades en flexión estática de bambú. *Madera y Bosques* 15(1):91-100.